Численная модель волн, течений и переформирования берегов прибрежной зоны моря

Демченко Р.И., Железняк М.И., Киввa С.Л., Коломиец П.С.

В настоящей работе показана возможность применения программного комплекса COASTOX для моделирования процессов взаимодействия волн и течений, а также переформирования дна как в лабораторных, так и в натурных условиях.

I. ВВЕДЕНИЕ

Программными пакетами для математических моделей, описывающих основные гидродинамические и морфологические процессы в зоне шельфа, являются такие известные системы как SMS, MIKE -21/Mike-3 of "DHI Water and Environment", Delft -3d of "WL | Delft Hydraulics", TELEMAC, EDF, Франция.

COASTOX является подобным программным комплексом, разработанным в ИПММС НАНУ, включающим подмодель трансформации волн на течениях HWAVE, подмодель течений COASTOX-CUR, подмодель концентрации взвесей COASTOX – SED и подмодель переформирования дна COASTOX-MORPH.

II. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Структурно программный комплекс COASTOX состоит из четырех блоков: (1) модели расчета волновых напряжений HWAVE; (2) модели расчета поля течений COASTOX-CUR; (3) расчета транспорта седиментов COASTOX – SED; и расчета изменения рельефа дна COASTOX-MORPH.

A. Модель волновых процессов в прибрежной зоне

Модель HWAVE есть численная реализация математической модели трансформации волн на течениях с точностью до членов порядка $O(\alpha^2)$ ($\alpha = a / L_0$, a –амплитуда, $L_0 = g/\omega^2$ - характерная длина волны) и асимптотического разложения [5] по параметру $\varepsilon < 1$ ($\delta = \varepsilon/\mu, \mu = d/L_0$, ε - средний уклон дна на расстоянии d) и гиперболической аппроксимации модифицированного уравнения «пологих склонов», представленного в [1]:

$$\frac{D^2}{Dt^2}\tilde{\varphi} + \frac{D}{Dt}\gamma_d\tilde{\varphi} - \nabla\cdot(b\nabla\tilde{\varphi}) + (\sigma^2 - k^2 b)\tilde{\varphi} = 0 \qquad (1)$$

где $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{U}\cdot\nabla$, $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$.

Волновые параметры определены соотношениями

$$c = \sqrt{\frac{g}{k}\tanh(k\cdot h)}, \quad c_g = \frac{1}{2}c\cdot(1+G),$$

$$G = \frac{2kh}{\sinh(2kh)}, \quad b = c\cdot c_g, \qquad (2)$$

$$\omega = \sigma + \vec{k}\cdot\vec{U}, \ \sigma^2 = gkth(kh). \qquad (3)$$

Здесь h - глубина, $k(x,y)$ – волновое число, ω - угловая частота, γ_d - коэффициент диссипации. Будем рассматривать гравитационные волны в области, где установившееся течение $\vec{U} = (U_1, U_2)$ есть функция, медленно изменяющаяся по пространственным координатам x, y на расстояниях порядка длины волны, причем $\nabla U_{1h}, \nabla U_{2h} \ll c/L_0$ [11].

Потенциал скорости $\tilde{\varphi}(x,y,t)$ является нулевым приближением по параметру ε [1].

Применяя метод разделения потоков [9] к уравнению (1) ($\gamma_d \nabla\cdot\vec{U} \le O(\varepsilon^2)$), придем к системе уравнений первого порядка, которая является гиперболической аппроксимацией (1) с точностью до членов порядка $O(\varepsilon^2)$ [1]:

$$\frac{\partial\vec{Q}}{\partial t} = [b\nabla\tilde{\varphi} - \vec{U}(\vec{U}\cdot\nabla\tilde{\varphi}) - \vec{U}\gamma_d\tilde{\varphi}]\frac{\omega}{g}, \qquad (4)$$

$$\frac{\partial\tilde{\varphi}}{\partial t} = r\,[\frac{g}{\omega}\nabla\vec{Q} - 2\vec{U}\cdot\nabla\tilde{\varphi} - \gamma_d\tilde{\varphi}], \qquad (5)$$

где $\vec{Q} = \{Q^{(x)}, Q^{(y)})\}$, $r = \frac{\omega^2}{k^2 b - \sigma^2 + \omega^2}$,

$$|\vec{U}|^2 < cc_g.$$

Возвышение свободной поверхности запишется в виде:

$$\tilde{\eta} = \frac{\omega}{g}[-\tilde{\varphi} + \frac{1}{\omega^2}(U_1\frac{\partial^2\tilde{\varphi}}{\partial x\partial t} + U_2\frac{\partial^2\tilde{\varphi}}{\partial y\partial t} + \gamma_d\frac{\partial\tilde{\varphi}}{\partial t})] \qquad (6)$$

В настоящей работе в численных экспериментах критерием обрушения волны является условие $H_w \ge 0.78\,h$, где H_w – высота волны. HWAVE-модуль представляет собой явную схему 4-го порядка по пространству и 2-го порядка по времени на прямоугольной неравномерной сетке с расщеплением по направлениям [15].

Без учета турбулентной составляющей, принимая во внимание вертикальное распределение потенциала скорости [10], и оставляя члены порядка $O(\varepsilon^2)$, компоненты радиационного напряжения могут быть записаны в следующем виде [2], [12]:

$$S_{11} = \rho \cdot \overline{\tilde{\varphi}_x^2}\frac{1}{g}cc_g + [-\rho\overline{\tilde{\varphi}^2}\frac{\sigma^2}{g}(1-\frac{c_g}{c})] + \frac{1}{2}\rho g(\overline{\tilde{\eta}^2}) + \frac{\partial}{\partial x}R_{xz} + \frac{\partial}{\partial y}R_{yz}\ ,\ \ \frac{1}{2}\rho g\tilde{\eta}^2 = \frac{1}{2}E \qquad (7)$$

$$S_{12} = \rho\overline{\tilde{\varphi}_x\tilde{\varphi}_y}\frac{1}{g}cc_g\,, \qquad (8)$$

Здесь,

$$R_{xz} = \rho\overline{\tilde{\varphi}(\tilde{\varphi}_x)}\frac{h}{4\cosh^2 kh}[\cosh 2kh - \frac{1}{2kh}\sinh 2kh]\,, \qquad (9)$$

$$R_{yz} = \rho\overline{\tilde{\varphi}(\tilde{\varphi}_y)}\frac{h}{4\cosh^2 kh}[\cosh 2kh - \frac{1}{2kh}\sinh 2kh]\,, \qquad (10)$$

$$\int_{-h}^{\eta_0} f(z)^2 dz = \frac{1}{g}cc_g\,,\ \ \int_{-h}^{\eta_0}(f'_z)^2 dz = \frac{\sigma^2}{g}(1-\frac{c_g}{c})\,. \qquad (11)$$

В полученных формулах (7) - (10) черта сверху означает осреднение по периоду волны, и функция $\tilde{\varphi}$ является решением уравнения «пологих склонов» (1). В случае возмущения жидкости, вызванного чисто периодическим движением поверхностных волн, слагаемые R_{xz}, R_{yz} обращаются в нуль и компоненты тензора радиационного напряжения (7), (8) совпадают с соответствующими компонентами, приведенными в [11].

B. Модель течений прибрежной зоны

Численная аппроксимация уравнений горизонтальных моментов движения жидкости и закона сохранения масс была проведена с помощью CUR – модуля [2] при разных формах записи для тензора радиационных напряжений, которые являются выходными данными HWAVE – модуля [1].

Система уравнений, в которой осредненные по глубине течения U_j в прибрежной зоне определяются балансом между сдвиговым напряжением ветра τ^w, придонным сдвиговым напряжением τ^b, вертикально осредненным тензором турбулентного горизонтального обмена T_{ij}, тензором радиационного напряжения S_{ij} и силой, обусловленной градиентом возвышения свободной поверхности $\partial\eta/\partial x_k$, имеет следующий вид [12]:

$$\frac{\partial\left(hU_j\right)}{\partial t} + \frac{\partial\left(U_k hU_j\right)}{\partial x_k} + gh\frac{\partial\eta}{\partial x_k} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x_k}\left(T_{kj} - S_{kj}\right) + \frac{1}{\rho}\left(\tau_j^w - \tau_j^b\right) \qquad (12)$$

$$\frac{\partial\eta}{\partial t} + \frac{\partial\left(hU_k\right)}{\partial x_k} = 0\,,\ \ \text{k = 1,2;}\ \ \text{j = 1,2}$$

$$\tau_j^w = \rho_w c_w W\left|\vec{W}\right|, \qquad (13)$$

$$\tau_j^b = \rho c_f U_j\left|\vec{U} + \vec{U}_w\right|, \qquad (14)$$

где ρ_w - плотность воздуха, c_w - коэффициент воздушного трения, c_f - коэффициент придонного трения, $\vec{U}_w$ - значение на дне амплитуды скорости ветра *W*. Формулы радиационного напряжения как функции потоков $Q^{(x)}, Q^{(y)}$ приведены в [6]. В случае пренебрежения отражением от донной поверхности они совпадают с формулами [11]:

$$S_{11} = E\left(2\frac{c_g}{c} - \frac{1}{2} - \frac{c_g}{c}\sin^2\theta\right), \qquad (15)$$

$$S_{22} = E\left(\frac{c_g}{c}(1+\sin^2\theta) - \frac{1}{2}\right), \qquad (16)$$

$$S_{12} = S_{21} = E\frac{c_g}{c}\sin\theta\cos\theta\,, \qquad (17)$$

где $E = 0.5\rho g a^2$, a – амплитуда волны.

C. Модель переноса взвесей и переформирования дна

Т.к. вдольбереговые течения, вызванные ветровыми волнами, играют основную роль в природном переносе несвязных наносов, рассмотрим также закон сохранения масс для взвешенных частиц песка [8]:

$$\frac{\partial(hS)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k}(U_k hS) = \frac{\partial}{\partial x_k}(hD_k\frac{\partial S}{\partial x_k}) - q_s + q_b\,, \qquad (18)$$

где S есть концентрация взвешенных наносов, D_i - коэффициент горизонтальной дисперсии.

Скорости взмучивания и осаждения определяются соотношениями:
для несвязных наносов

$$q_s = \max\left\{0, w_0(S - S^*)\right\}, \qquad (19)$$

$$q_b = \max\left\{0, E_r w_0(S^* - S)\right\}, \qquad (20)$$

для связных наносов

$q_s = \max\left\{0, w_0 S\left(1 - \frac{\tau}{\tau_d}\right)\right\}$ в случае осаждения,

$q_b = \max\left\{0, M\left(\frac{\tau}{\tau_e} - 1\right)\right\}$ в случае взмучивания,

где *S** - равновесная концентрация взвешенных наносов; w_0 - скорость осаждения взвешенных частиц; E_r - коэффициент эрозии; τ_d, τ_e - критические касательные напряжения для осаждения и взмучивания соответственно; τ - донное касательное напряжение; M - экспериментально определяемая константа.

Численная аппроксимация уравнения (18) представлена SED – модулем кода COASTOX [3].

Переформирование дна описывается уравнением

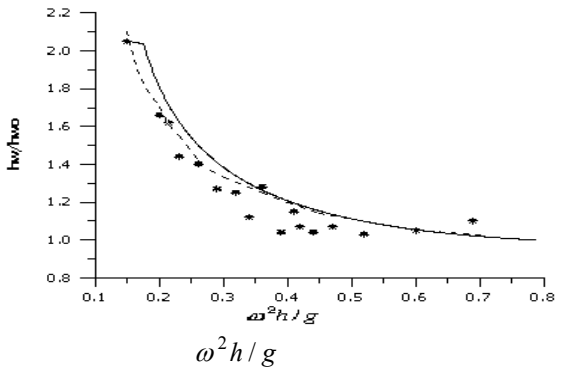
$$\rho_b(1-\phi)\frac{\partial\eta}{\partial t} = q_s - q_b\,, \qquad (21)$$

где ϕ - пористость грунта; ρ_b - плотность скелета грунта; q_s и q_b - скорости осаждения и взмучивания соответственно.

III. СРАВНЕНИЕ С ИЗВЕСТНЫМИ РЕШЕНИЯМИ

A. Эксперимент Сакаи

В качестве теста по взаимодействию волн и течений, движущихся в противоположных направлениях на уклоне *s = 1/30*, было проведено сравнение с данными лабораторных измерений Сакаи [14]. Расход течения равен *0.0297м²/с*. Начальная глубина h_{max} и глубина на мелкой воде равны соответственно *0.5м* и *0.1м*. Волновой период *T = 1.6с*.



$\omega^2 h / g$

Рис.1. Эксперимент Сакаи [14].

На Рис.1 показана зависимость осредненных за период T относительных волновых высот h_w/h_{w0} от глубин $\omega^2 h / g$ на уклоне. Здесь h_{w0} – значение волновой высоты на глубине h_{max}, $\omega = 2\pi/T$, g – ускорение свободного падения. Расчетные данные неплохо согласуются с измеренными значениями (∗), причем с уменьшением глубины виден значительный рост волновых высот. Пунктирная кривая соответствует расчетным данныи [14].

B.Эксперимент Виссера

Для имитации вдольберегового течения в эксперименте Виссера [13] выбран уклон дна *s=0.05* и максимальная глубина h_{max}*=0.35м*. Высота и период волны, подходящей к берегу под углом θ *=19.9град*, соответственно равны: H_w *=0.076м*, *T=1.02с*. Коэффициент Манинга *n=0.0125 с м*$^{-1/3}$.

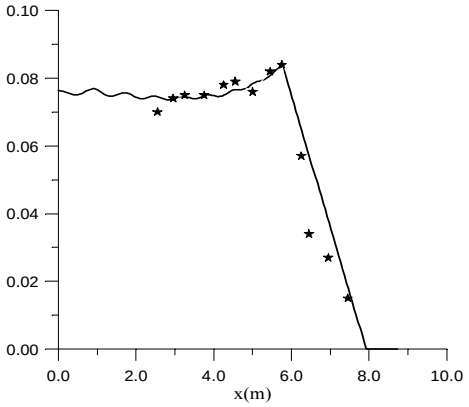


Рис.2 а). Высоты волны

На Рис.2а) в сечении по нормали к берегу показано осредненное за волновой период T распределение волновых высот (сплошная кривая), полученных с помощью численной аппроксимации HWAVE-модуля системы уравнений (4) - (6). Звездочками (∗) обозначены экспериментальные данные, которые неплохо соответствуют вычисленным значениям.

На Рис.2 б) сплошная кривая (——) соответствует вычисленным течениям при использовании формул радиационного напряжения согласно [11], кривая с квадратиками (-■-)– [6], а кривая, отмеченная треугольниками (–▲–), соответствует формулам (7), (8). Вычисленные кривые в зоне обрушения практически совпадают (Рис.2 б).

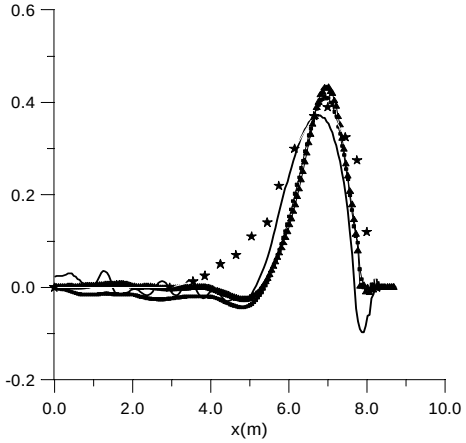


Рис. 2 б). Вдольбереговое течение.

C.Эксперимент Гарли.

В настоящей работе использованы экспериментальные данные Гарли по батиметрии, уровням свободной поверхности и вдольбереговым течениям, возникающим из-за разности волновых высот в области, прилегающей к волнолому [7].

Двумерный откос имеет береговой уклон *s=0.1*. Волна высотой H_w *=9.1см,* с периодом *T=1.5с* распространяется под углом θ*=0град* к берегу, *n=0.0125 см*$^{-1/3}$.

На рис.3 а), 3 б) показано неплохое соответствие распределения уровней и вдольбереговых течений, полученных численно с помощью CUR-модуля, с данными [7]. При этом для вычисления радиационных напряжений были использованы формулы (7), (8).

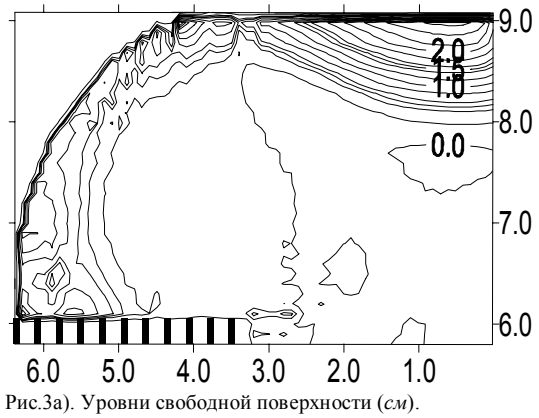


Рис.3а). Уровни свободной поверхности (*см*).

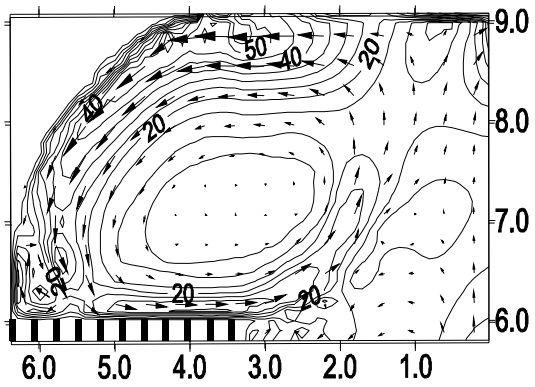


Рис.3 б). Поле течений (*см/с*).

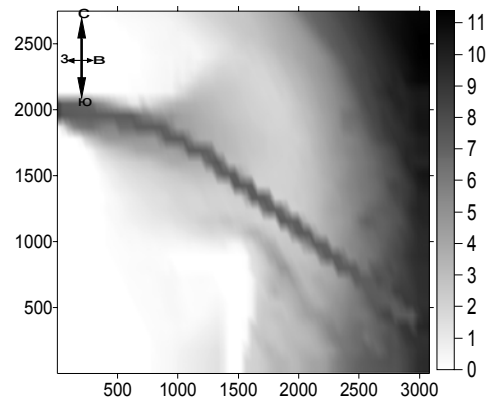


Рис.4 Батиметрия (*м*).

IV.МОДЕЛИРОВАНИЕ МОРСКОЙ ЧАСТИ УСТЬЯ ДУНАЯ

Глубоководный судоходный канал (ГСК) протяженностью *3.3км*, шириной дна *85м* и глубиной *7.2м* проходит через морской песчаный бар дельты рукава Быстрый, средний расход которого составляет *1200 м*^{3}*/с*. Морская область рукава была воспроизведена в экспериментальном лотке Института Гидромеханики НАНУ с помощью трехмерной физической модели с размываемым ложем.

Численное моделирование волновых полей и полей течений морской части рукава Быстрый дельты Дуная с дамбой и без дамбы проводилось для натурной области 3080м × 3200м, а результаты расчета сравнивались с экспериментальными данными, пересчитанными с помощью масштабных коэффициентов [1], [2], [4]. Моделируемый расход воды из русла рукава составляет *1560 м*^{3}*/с*. Шероховатость дна на модели и в натуре предполагалась одинаковой. Моделирование ветрового волнения в [4] выполнено с учетом закона гравитационного подобия Фруда

$$l_h = l_\lambda = l_H = l, l_t = l \qquad (22)$$

где l_H - масштаб высоты волны; l_λ - масштаб длины волны, l_h - масштаб глубины воды, который одновременно служит вертикальным линейным масштабом l модели.

При этом крутизна волны H/λ и относительная глубина h/λ остаются такими же, как и в натурных условиях. Для настоящего эксперимента были выбраны следующие значения масштабных коэффициентов [4]:

$$l = 1/40 = 0.025, l_x, l_y = l^{3/2} = 1/250 = 0.004 \quad (23)$$

На Рис.5 показано возникающее вдольбереговое течение в прибрежной зоне с каналом (Рис.4) в случае ЮВ-направления ветра *(*H_w*= 3.02м, T=5.38c*).

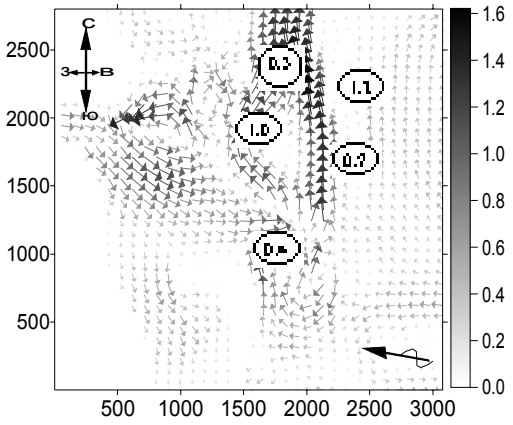


Рис.5. Поле скоростей течений (*м/с*).

При этом русловой поток тормозится и запирается вдольбереговым течением (индуцированным течение вдоль бара, обусловленное радиационным напряжением). Пересчитанные с помощью масштабных коэффициентов (23) измеренные значения скоростей соответствуют значениям численного моделирования. При смене направления ветровых волн на СВ плановая картина зеркально отличается [2].

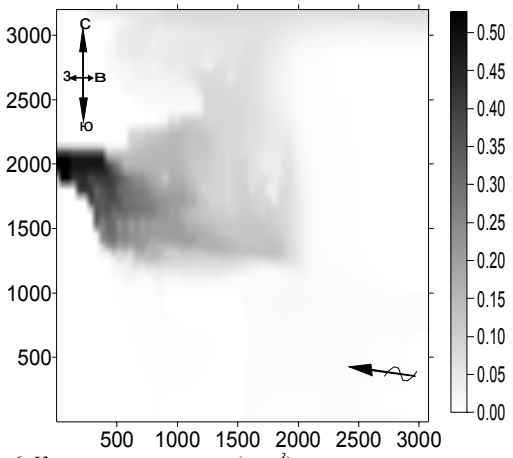


Рис.6. Концентрации взвеси (*кгм*$^{-3}$).

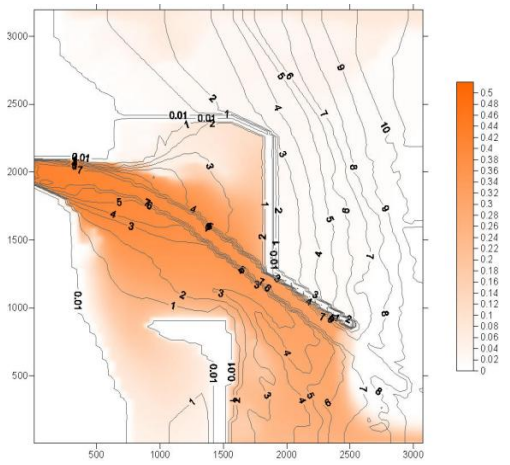


Рис.7. Концентрация взвешенных наносов в случае СВ шторма.

На Рис. 6 показан результат воздействия ветрового волнения на направление течения в морской акватории дельты р. Быстрый с помощью переноса взвеси ($\bar{d} \approx 0.05мм$) в качестве трассера вдольбереговыми течениями для рассчитанных ранее полей течений при ЮВ ветре (Рис5). Результаты моделирования концентрации взвешенных наносов для частиц $\bar{d} \approx 0.02мм$ и СВ направления шторма показаны на Рис.7.

Моделирование влияния дамбы показало, что поток взвешенных наносов не «запирается» при СВ направлениях ветра (Рис.7) и не приводит соответственно к интенсивному заилению канала на участке речного уклона бара. Интенсивность заносимости и размыва могут быть определены с помощью подмодели MORPH кода COASTOX, основанной на уравнениях баланса масс потоков наносов, вычисленных подмодулем SED.

V. ЗАКЛЮЧЕНИЯ

Численное моделирование на базе 2-D программного комплекса COASTOX показало, что разработанные подмодели неплохо описывают процессы взаимодействия волн и течений в прибрежной зоне и влияние их на переформирование берегов в лабораторных и натурных условиях.

В частности, модуль HWAVE имеет более широкую сферу применения, чем модули, использующие параболическую аппроксимацию, и численно более эффективен, чем аналогичные с эллиптической аппроксимацией.

Полученные формулы радиационного напряжения представлены как функции от потенциала скорости $\tilde{\varphi}$, который является решением уравнения «пологих склонов». В случае чисто периодического волнового движения формулы (7), (8) совпадают с формулами [6] и [11].

При моделировании влияния гидротехнических сооружений, таких как ГСК или дамбы определенного профиля, на переформирование поля течений показана возможность принятия оптимального решения по снижению интенсивности заносимости с учетом экологических потребностей сохранения береговых экосистем.

Настоящая работа выполнена при частичной поддержке CRDF в рамках проекта UKG2-582-KV-05.

ССЫЛКИ

[1]. Р.И. Демченко, М.И. Железняк, П.В. Коломиец, В.В. Хомицкий, «Гидродинамика прибрежной зоны Черного моря в устье рукава Быстрый р. Дунай: 1. Трансформации волн на неоднородностях дна и течениях», Прикладная Гидромеханика. –2006. В печати.

[2]. Р.И. Демченко, М.И. Железняк, С.Л. Киввa, П.В. Коломиец, В.В. Хомицкий, «Гидродинамика прибрежной зоны Черного моря в устье рукава Быстрый р. Дунай: 2. Формирование поля течений волновыми радиационными напряжениями и речным потоком», Прикладная Гидромеханика. – 2006. В печати**.**

[3]. С.Л. Киввa, М.И. Желєзняк, „Двумерное моделирование дождевого стока и транспорта наносов на малых водозборах”, Прикладная гидромеханика, 4(76) вып. 1 стр. 67-89, 2002

[4]. «Рекомендации по минимизации заносимости экспериментально-эксплуатационной прорези глубоководного судового хода на баре Новостамбульского гирла Килийской дельты р. Дунай» Отчет ИГМ НАНУ. - 2004.

[5]. J.C. Berkhoff, “Computation of Combined Refraction-Diffraction”, Proc. 13th Coastal Eng. Conf., Vancouver, ASCE. - New York, **1,** Chap 24, pp. 471-490, 1972.

[6]. G.J. Copeland, “Practical radiation stress calculations connected with equations of wave propagation”, J. of Coastal Engineering, 9, pp. - 195-219, 1985.

[7]. S. Fengyan , I.A. Svendsena , J.T. Kirbya, J. McKee Smith, “A curvilinear version of a quasi-3D nearshore circulation model”, Coastal Engineering, **49,** pp. - 99–124, 1985.

[8]. F.M. Holly, “Dispersion in rivers and coastal waters”, Developments in Hydraulic Engineering, 3, pp 1-37,1987.

[9]. Y. Ito, K. Tanimoto, “A method of numerical analysis of wave propagation-application to wave diffraction and refraction”,Proc. 13th Conf. Coastal Eng., Chapter 26, 1972.

[10]. P. Liu, “Wave-current interaction on a slowly varying topography”, J. Geophysical Research, **88**, N C7, pp. 4421-4426, 1983.

[11]. M.S Longuet-Higgins, R.W. Stewart, “The changes in amplitude of short gravity waves on steady non-uniform currents”, J. Fluid Mech., **10,** N3, pp. 520-540, 1961.

[12]. O.M. Phillips, “The dynamics of the upper ocean”, Cambridge University Press, London. – England, 1966.

[13]. P.J. Visser, “Uniform longshore current measurements and calculations”, Proc. 19th Int. Conf. on Coast. Eng. – Houston, pp. 2192– 2207, 1984.

[14]. X. Yu, M. Isobe, A. Watanabe, “A nonlinear model of monochromatic waves on stedy currents over gradually varying bottoms”, Coastal Engineering Journal, **40**, N3, pp. 265 – 290, 1998.

[15]. Li Yuguo, “Wavenumber-Extended High-Order Upwind-Biased Finite- Difference Schemes for Convective Scalar Transport”, J.Computational Physics, **133,** pp.235–255, 1997.

[1)]Демченко Р.И.– Институт проблем математических машин и систем, НАНУ, Киев, rid@env.kiev.ua

[2)] Железняк М.И– Институт проблем математических машин и систем, НАНУ, Киев, mark@env.kiev.ua

[3)] Киввa С.Л. – Институт проблем математических машин и систем, НАНУ, Киев, kivva@ipmms.kiev.ua

[4)] Коломиец П.В. – Институт проблем математических машин и систем, НАНУ, Киев, pavlo@env.kiev.ua