

УДК 532.465

ГИДРОДИНАМИКА ПРИБРЕЖНОЙ ЗОНЫ ЧЕРНОГО МОРЯ В РАЙОНЕ УСТЬЯ РУКАВА БЫСТРЫЙ ДЕЛЬТЫ Р.ДУНАЙ: 1. ТРАНСФОРМАЦИЯ ВОЛН НА НЕОДНОРОДНОСТЯХ ДНА И ТЕЧЕНИЯХ

Р. И. ДЕМЧЕНКО М. И. ЖЕЛЕЗНЯК С. Л. КИВВА П. С. КОЛОМИЕЦ
В. В. ХОМИЦКИЙ

ИПММС НАНУ, г.Киев, пр. акад. В.М. Глушкова 42
ИГМ НАН Украины

Получено 13.04.2006

С помощью метода разделения потоков для волнового уравнения "пологих склонов" с учетом оценки медленно изменяющихся течений и их градиентов в настоящей работе приведена более компактная запись системы уравнений гиперболического типа. Для решения уравнений модели разработан конечно-разностный алгоритм четвертого порядка точности, реализованный в программном модуле HWAVE. Модель тестировалась по данным лабораторных экспериментов и применялась для моделирования волновых полей в морской части дельты р. Дунай.

За допомогою методу розподілу потоків для хвильового рівняння "положистих схилів", враховуючи оцінку повільної зміни течій та їх градієнтів, в наступній роботі наведений більш компактний запис системи рівнянь гіперболічного типу. Для розв'язання рівнянь моделі розроблено кінцево-різницевий алгоритм четвертого порядку точності, реалізований у програмному модулі HWAVE. Модель була протестована за даними лабораторних експериментів і застосована для моделювання хвильових полів у морській частині дельти р. Дунай.

The system of hyperbolic type equations is presented in this work in the more compact way by flow separating method for wave "mild slope" equation, taking into account the slowly current and its gradient change estimation. To solve model equations the fourth order of accuracy finite-difference approximation was made and realized in programmed HWAVE-module. The model was tested by laboratory experiments and applied for wave fields modeling at the sea part of the river Danube delta.

ВВЕДЕНИЕ

Практика объединения математического и лабораторного моделирования используется ведущими европейскими инженерными и научными учреждениями морской гидравлики и гидротехники, такими как Delft Hydraulics (Нидерланды), Danish Hydraulics Institute (Дания). В России (г. Санкт-Петербург) такой подход использовался при проектировании дамбы для защиты от морских нагонов. При этом лабораторное моделирование было выполнено в Институте гидротехники им.Веденеева Б.Е., а математическое моделирование на основе программного комплекса "Кардинал" - в "Спецморзащите" Ленисполкома. Научно-исследовательские работы по созданию постоянно действующей математической модели глубоководного судового хода (ГСХ) Дунай - Черное море в районе украинской части дельты р.Дунай, в том числе лабораторное моделирование работы ГСХ для некоторых вариантов компоновки канала и его защитных сооружений были проведены Институтом гидромеханики в 2001-2003 гг. Объединение методов лабораторного и математического моделирования позволяет, с одной стороны, проверить точность последнего по данным лаборатор-

ных исследований, а с другой - использовать математическое моделирование после верификации и калибровки для расчетов значительно большего числа сценариев, чем это могут позволить более трудоемкие и дорогие лабораторные модели. В данной статье представлены результаты моделирования волновых полей. Модели воздействия волн на гидродинамические и литодинамические процессы представлены в следующих статьях цикла.

1. МОДЕЛЬ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ В ПРИБРЕЖНОЙ ЗОНЕ

Гиперболическая аппроксимация волнового уравнения "пологих склонов" для идеальной несжимаемой жидкости с точностью до членов порядка $O(\alpha^2)$ (α - параметр крутизны волны), и с помощью разложения Биркгофа [5, 6] по параметру ϵ в приближении $O(\epsilon^2)$, $\epsilon < 1$ ($\delta = \epsilon/\mu$, $\mu = d/L_0$, ϵ - средний уклон дна на расстоянии d , $L_0 = g/\omega^2$ - характерная длина волны) рассмотрена Копелэндом [8]. В [1], [2] представлена модель гиперболической аппроксимации волнового уравнения "пологих склонов" для случая линейной трансформации поверхностных волн на установившемся те-

чений $\vec{U} = (U_1, U_2)$:

$$\vec{u} = \vec{U} + \alpha \vec{\nabla} \tilde{\Phi} + O(\alpha^2), \quad (1)$$

$$\nabla U_{1h}, \nabla U_{2h} \ll c/L_0. \quad (2)$$

С помощью подхода [10], [11] можно показать, что волновое уравнение "пологих склонов", представленное в [1], [2], с точностью до $O(\alpha^2, \alpha\epsilon^2)$ может быть модифицировано добавлением слагаемого, пропорционального коэффициенту диссипации волновой энергии, γ_d , обусловленного обрушением волн и донным трением:

$$\frac{D^2}{Dt^2} \tilde{\varphi} + \frac{D}{Dt} \gamma_d \tilde{\varphi} - \nabla \cdot (b \nabla \tilde{\varphi}) + (\sigma^2 - k^2 b) \tilde{\varphi} = 0, \quad (3)$$

где

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{U} \cdot \nabla, \quad \nabla = \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}.$$

Здесь потенциал скорости имеет вид:

$$\tilde{\Phi} = \Phi(x, y, z, t) \cdot f(z), \quad f(z) = \frac{ch k(z+h)}{ch k(h+\zeta_0)}, \quad (4)$$

$$\Phi(x, y, z, t) = \tilde{\varphi}(x, y, t) + \epsilon^2 z^2 \tilde{\varphi}_1(x, y, t) + O(\epsilon^4), \quad (5)$$

и волновые параметры определены соотношениями:

$$c = \sqrt{\frac{g}{k} \operatorname{tg}(k \cdot h)}, \quad c_g = \frac{1}{2} c \cdot (1 + G),$$

$$G = \frac{2kh}{\operatorname{sh}(2kh)}, \quad b = c \cdot c_g,$$

$$\omega = \sigma + \vec{k} \cdot \vec{U}, \quad \sigma^2 = g k \operatorname{tg}(kh), \quad (6)$$

где h – глубина, $k(x, y)$ – волновое число, ω – угловая частота, ζ_0 – изменение уровня воды, связанное с наличием поля течений $\vec{U}$.

Если представить решение в виде гармонических функций

$$\tilde{\varphi} = \varphi(x, y) \exp(-i\omega t), \quad \tilde{\eta} = \eta(x, y) \exp(-i\omega t), \quad (7)$$

то полученное уравнение (3) в случае $\vec{U} = 0$ совпадает с волновым уравнением "пологих склонов", приведенным в [10], [11]:

$$\nabla \cdot (b \nabla \varphi) + b \left[k^2 + i \frac{k}{c_g} \gamma_d \right] \varphi = 0. \quad (8)$$

Т.к. для гармонических функций (7) выполняются соотношения

$$\tilde{\varphi}_t = -i\omega \tilde{\varphi}, \quad \tilde{\eta}_t = -i\omega \tilde{\eta}, \quad (9)$$

$$\tilde{\varphi}_{tt} = -\omega^2 \tilde{\varphi}, \quad \tilde{\eta}_{tt} = -\omega^2 \tilde{\eta}, \quad (10)$$

запишем уравнение (3) в нестационарной форме, принимая во внимание осредненный по глубине закон сохранения масс для течения $\vec{U} = \vec{U}(x, y)$ и условие (2):

$$\frac{1}{\omega^2} [k^2 b - \sigma^2 + \omega^2] \frac{\partial^2 \tilde{\varphi}}{\partial t^2} - \nabla \cdot (b \nabla \tilde{\varphi}) + \nabla \cdot (\vec{U} (\vec{U} \cdot \nabla \tilde{\varphi})) + 2 \vec{U} \cdot \nabla \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial t} + \frac{D}{Dt} \gamma_d \tilde{\varphi} = 0. \quad (11)$$

Так же, как и в [1], [2], представляя потенциал $\tilde{\varphi}$ и возвышение свободной поверхности $\tilde{\eta}$ в виде действительной и мнимой части

$$\tilde{\varphi} = \tilde{\varphi}_0 + i \tilde{\varphi}_1, \quad \tilde{\eta} = \tilde{\eta}_0 + i \tilde{\eta}_1,$$

введя вектор-функцию потенциала скорости частиц

$$\vec{Q} = \vec{Q}_0 + i \vec{Q}_1,$$

и применяя метод разделения потоков [9] к уравнению (11), предполагая $\gamma_d \nabla \cdot \vec{U} \leq O(\epsilon^2)$, придем к двум системам уравнений первого порядка гиперболического типа и одинакового вида относительно пар функций $\vec{Q}_0, \tilde{\varphi}_0$ и $\vec{Q}_1, \tilde{\varphi}_1$:

$$\frac{\partial \vec{Q}}{\partial t} = [b \nabla \tilde{\varphi} - \vec{U} (\vec{U} \cdot \nabla \tilde{\varphi}) - \vec{U} \gamma_d \tilde{\varphi}] \frac{\omega}{g}, \quad (12)$$

$$\frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial t} = r \left[\frac{g}{\omega} \nabla \vec{Q} - 2 \vec{U} \cdot \nabla \tilde{\varphi} - \gamma_d \tilde{\varphi} \right], \quad (13)$$

где $\vec{Q} = \{Q^{(x)}, Q^{(y)}\}$, $r = \frac{\omega^2}{k^2 b - \sigma^2 + \omega^2}$.

Т.к. функции $\tilde{\varphi}_0, \tilde{\varphi}_1$ связаны между собой соотношениями (9), (10), для определения функции $\tilde{\eta}_0$ достаточно решить одну систему уравнений относительно $\vec{Q}_1, \tilde{\varphi}_1$. Тогда выражение для возвышения свободной поверхности запишется в виде:

$$\tilde{\eta} = \frac{\omega}{g} \left[-\tilde{\varphi} + \frac{1}{\omega^2} (U_1 \frac{\partial^2 \tilde{\varphi}}{\partial x \partial t} + U_2 \frac{\partial^2 \tilde{\varphi}}{\partial y \partial t} + \gamma_d \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial t}) \right]. \quad (14)$$

(В уравнениях (12) – (14) индексы функций $\tilde{\varphi}, \tilde{\eta}, \vec{Q}$ опущены). Система уравнений (12) – (13) является гиперболической аппроксимацией уравнения (3) с точностью до членов порядка $O(\epsilon^2)$. При условиях $\vec{U} = 0$, $\gamma_d = 0$ она совпадает с гиперболической системой уравнений первого порядка, полученной в [8], и системой аналогичного вида, приведенной в [1], [2]. В случае $\vec{U} \neq 0$, $\gamma_d = 0$ эта система уравнений имеет более компактный вид, чем полученная ранее для этого случая в [1], [2]. Численная аппроксимация поля течений (как исходных параметров для вычисления поля волновых высот) была проведена с помощью CUR - модуля кода COASTOX [3]. Численная реализация

этого модуля основана на схеме с коррекцией потоков (FCT), которая эффективна для вычисления смачивания и осушения берега под воздействием длинных волн.

2. ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД

При численном моделировании волновых полей в прибрежной зоне шельфа необходимо использовать схемы высокого порядка точности для уменьшения числа узлов расчетной сетки на длину волны. Для решения системы волновых уравнений (16), (17) была применена явная схема 4-го порядка точности по пространству и 2-го порядка по времени на прямоугольной неравномерной сетке с расщеплением по направлениям [13]. Ось X координатной системы модели направлена по направлению к берегу, а ось Y вдоль берега. Для волн, набегающих под углом θ , координатная система поворачивается на этот же угол и расчеты проводятся в новой области, как показано на Рис.1.

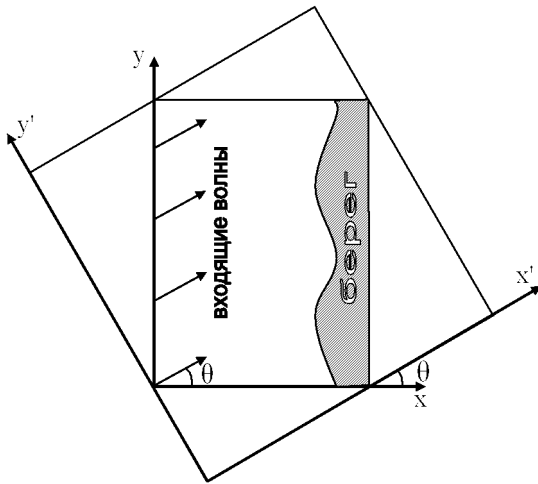


Рис. 1. Поворот координатной системы и образование новой области.

Такой поворот сделан для более естественного задания граничных условий на волновом фронте. Для численной аппроксимации представим систему уравнений (12), (13) в матричном виде

$$\frac{\partial \vec{W}}{\partial t} + A \frac{\partial \vec{W}}{\partial x} + B \frac{\partial \vec{W}}{\partial y} = \vec{S}, \quad (15)$$

где матрицы A, B и вектора $\vec{W}, \vec{S}$ имеют следующую

форму:

$$A = \begin{bmatrix} 0, 0, \beta_1 \\ 0, 0, \gamma_{12} \\ \alpha_3, 0, 2\alpha_1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0, 0, \gamma_{12} \\ 0, 0, \beta_2 \\ 0, \alpha_3, 2\alpha_2 \end{bmatrix}, \quad (16)$$

$$\vec{W} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \tilde{\varphi} \end{bmatrix}, \quad \vec{S} = -\gamma_d \begin{bmatrix} \gamma U_1 \tilde{\varphi} \\ \gamma U_2 \tilde{\varphi} \\ r \tilde{\varphi} \end{bmatrix}.$$

Здесь

$$\alpha_1 = rU_1, \alpha_2 = rU_2, \alpha_3 = -\frac{r}{\gamma},$$

$$\beta_1 = \gamma [-b + U_1^2], \beta_2 = \gamma [-b + U_2^2], \quad (17)$$

$$\gamma_{12} = \gamma U_1 U_2, \gamma = \frac{\omega}{g}.$$

Система решается расщеплением по направлениям. Сначала решается X-часть системы (15)

$$\frac{\partial \vec{W}}{\partial t} + A \frac{\partial \vec{W}}{\partial x} = 0. \quad (18)$$

Затем, используя полученные на предыдущем шаге результаты, решается Y-часть системы

$$\frac{\partial \vec{W}}{\partial t} + B \frac{\partial \vec{W}}{\partial y} = 0. \quad (19)$$

На последнем полушаге решается уравнение для правой части

$$\frac{\partial \vec{W}}{\partial t} = \vec{S}. \quad (20)$$

Решение X- и Y- части полностью аналогично, поэтому рассмотрим только решение X-части.

2.1. X-шаг

Гиперболическую систему (18) приведем к каноническому (инвариантному) виду

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + V_x \frac{\partial \vec{U}}{\partial x} = 0, \quad (21)$$

где $\vec{U} = (U_1, U_2, U_3)$ - канонические переменные и

$$V_x = \begin{pmatrix} v_1^x & 0 & 0 \\ 0 & v_2^x & 0 \\ 0 & 0 & v_3^x \end{pmatrix} - \text{матрица канонических скоростей.}$$

Таким образом, мы получаем систему из 3-х не связанных между собой уравнений, которые решаются отдельно. В нашем случае (при относительно малых скоростях течения) одна из канонических скоростей больше нуля, одна меньше и одна равна нулю. Для уравнений с ненулевой скоростью применяется частично направленная вверх

по потоку схема 4-го пространственного и 2-го временного порядка на шеститочечном шаблоне [13]. Указанная схема была модифицирована добавлением антидиффузионного члена 4-го порядка, что позволило повысить стабильные значения Куранта с чисел порядка 0.01 до чисел порядка 0.1. Схема описывает дифференцирование по X составляющей

$$v \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (22)$$

в конечно-разностном виде как

$$\left[v \frac{\partial \phi}{\partial x} \right]_i = v_i \frac{1}{\Delta x} (-0.055453 \phi_{i-3} + 0.360600 \phi_{i-2} - 1.221201 \phi_{i-1} + 0.554534 \phi_i + 0.389400 \phi_{i+1} - 0.027880 \phi_{i+2}), \text{ для } v > 0, \quad (23)$$

и

$$\left[v \frac{\partial \phi}{\partial x} \right]_i = v_i \frac{1}{\Delta x} (0.027880 \phi_{i-2} - 0.389400 \phi_{i-1} - 0.554534 \phi_i + 1.221201 \phi_{i+1} - 0.360600 \phi_{i+2} + 0.055453 \phi_{i+3}), \text{ для } v < 0. \quad (24)$$

Для производной по времени используется простое дифференцирование вперед

$$\left[\frac{\partial \phi}{\partial t} \right]_i = \frac{\phi_i^{k+1} - \phi_i^k}{\Delta t}, \quad (25)$$

где k - номер текущего временного слоя. Добавление диффузионного члена поднимает порядок по времени до 2-х, и в численной форме выглядит следующим образом:

$$\left[\frac{\partial \phi}{\partial t} \right]_i + \left[v \frac{\partial \phi}{\partial x} \right]_i - \frac{v_i^2 \Delta t}{2} \cdot \frac{-\phi_{i-2} + 16\phi_{i-1} - 30\phi_i + 16\phi_{i+1} - \phi_{i+2}}{12\Delta x^2} = 0. \quad (26)$$

После получения новых значений инвариантов, система преобразуется обратно к изначальным переменным, которые используются на следующем шаге.

2.2. Условие Куранта

Так как определяющие уравнения имеют постоянные по времени коэффициенты, то шаг по времени определяется по геометрии расчетной области. Максимальные скорости перемещения информации, описываемые уравнениями, есть инвариантные скорости. Поэтому число Куранта CFL задается как

$$CFL = u \frac{\Delta t}{\Delta s}, \quad (27)$$

где u есть скорость инварианта в точке, Δs - пространственный шаг в точке. Оптимальное значение для Куранта найдено с помощью метода фон Неймана и зафиксировано на значении 0.3, при котором волны с количеством точек менее 15 на длину волны устойчивы, а остальные неустойчивы с очень маленьким коэффициентом неустойчивости.

2.3. Граничные условия

Численная аппроксимация, описанная выше, применяется только для узлов сетки, отстоящих от границы более чем на 3 узла. Для узлов, отстоящих на 2 узла, применяется схема на четырехточечном шаблоне, частично направленная вверх по потоку, 2-го порядка точности [13]:

$$\left[v \frac{\partial \phi}{\partial x} \right]_i = v_i \frac{1}{\Delta x} (0.213933 \cdot \phi_{i-2} - 1.141798 \cdot \phi_{i-1} + 0.641798 \cdot \phi_i + 0.286067 \cdot \phi_{i+1}), \text{ для } v > 0, \quad (28)$$

$$\left[v \frac{\partial \phi}{\partial x} \right]_i = v_i \frac{1}{\Delta x} (-0.286067 \cdot \phi_{i-1} - 0.641798 \cdot \phi_i + 1.141798 \cdot \phi_{i+1} - 0.213933 \cdot \phi_{i+2}), \text{ для } v < 0. \quad (29)$$

Для узлов, отстоящих на 1 узел, применяется центрально-разностная схема 2-го порядка

$$\left[v \frac{\partial \phi}{\partial x} \right]_i = v_i \frac{1}{2\Delta x} (\phi_{i+1} - \phi_{i-1}). \quad (30)$$

Для исходящих инвариантов на всех границах применяется следующая схема, полностью направленная вверх по потоку, 2-го порядка на трехточечном шаблоне:

$$\left[v \frac{\partial \phi}{\partial x} \right]_i = v_i \frac{1}{2\Delta x} (\phi_{i-2} - 4\phi_{i-1} + 3\phi_i), \text{ для } v > 0, \quad (31)$$

$$\left[v \frac{\partial \phi}{\partial x} \right]_i = v_i \frac{1}{2\Delta x} (-3\phi_i + 4\phi_{i+1} - \phi_{i+2}), \text{ для } v < 0. \quad (32)$$

Схема (31),(32) записана для правой и левой границ соответственно. Для верхней и нижней границ схема записывается аналогично. Для узлов на левой границе, откуда приходят волны, входящий инвариант Римана приравняется к

$$\xi_b = 2 \sqrt{\frac{(\beta_1)_b}{(\alpha_3)_b}} \cdot \frac{g \cdot \eta_b}{\sigma_b}, \quad (33)$$

где индекс b означает значение на границе, g - ускорение гравитации, η_b - отклонение водной поверхности от постоянного уровня для входящей

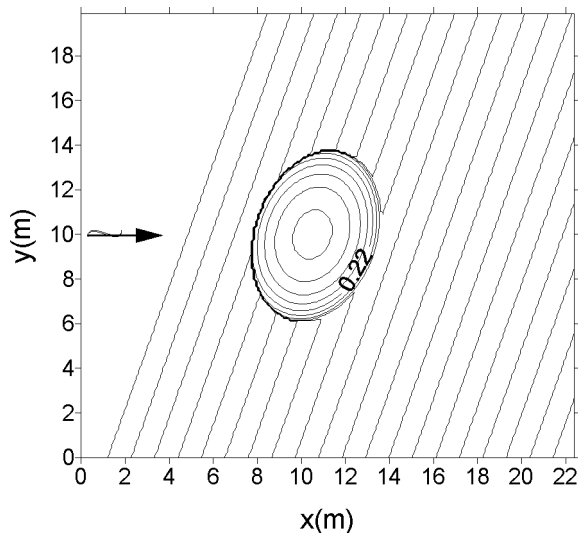


Рис. 2: Геометрия подводной неоднородности.

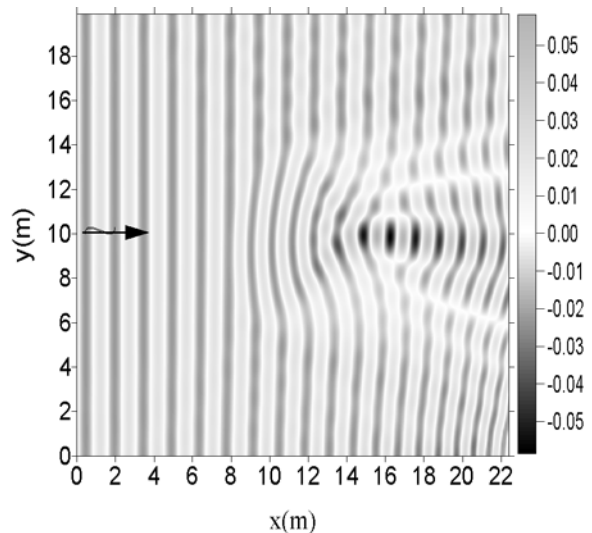


Рис. 3: Возвышение свободной поверхности.

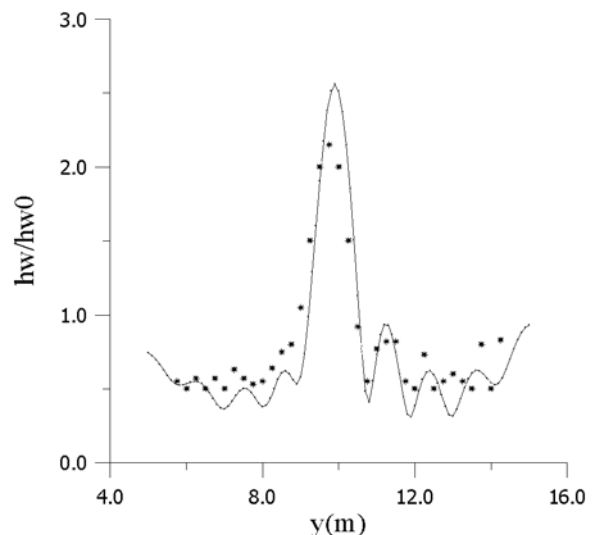
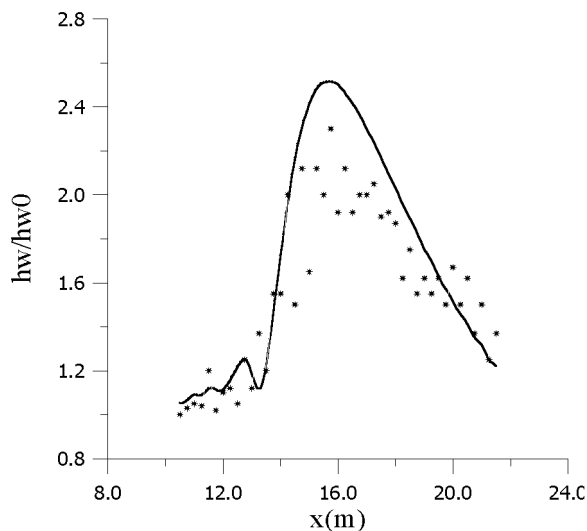


Рис. 4. а) высота волны в сечении $y=10\text{м}$, б) высота волны в сечении $x=16\text{м}$.

волны. Этот входящий инвариант Римана продуцирует волну во всей области. Для узлов на правой границе, которая только выпускает выходящие волны, входящий инвариант приравнивается к нулю. Аналогичная постановка для входящих инвариантов на верхней и нижней границах приводит к неестественным результатам. Действительно, так как расчетная сетка поворачивается по направлению движения входящих волн, то волны на глубокой воде распространяются более или менее параллельно оси X. Таким образом инварианты по Y более или менее постоянны параллельно оси Y. Поэтому входящие инварианты на верхней и нижней границах приравниваются к их значениям в

ближайших точках внутри области.

3. ТЕСТИРОВАНИЕ МОДЕЛИ ПО ДАННЫМ ПРЕДШЕСТВУЮЩИХ ЛАБОРАТОРНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Эксперимент Виргофа.

Сравнение численных результатов моделирования с данными физического моделирования Дельфтской гидравлической лаборатории [7]. Лабораторный эксперимент проводился для волн периода $T=1.0\text{с}$ и амплитуды $a=0.0232\text{м}$, распространяющихся под углом 20град к берегу ($h_{\text{max}}=0.45\text{м}$, уклон $s=0.02$) и трансформирующихся на донной неоднородности типа эллипса

(рис.2).

На рис.3 представлены мгновенные уровни возвышения свободной поверхности для значения времени $t = 30T$. Сравнение вычисленных с помощью модели HWAVE относительных высот волн h_w/h_{w0} , осредненных за период T , и экспериментальных данных показано на рисунках 4а) и 4б) для двух характерных сечений. Здесь а) - сечение, проходящее через центр эллипса по направлению распространения волны $y=10\text{м}$, б) - сечение, расположенное за эллипсом, по нормали к фронту волны $x=16\text{м}$. Звездочками обозначены экспериментальные данные [8], которые неплохо соответствуют расчетным значениям в сечении $y=10\text{м}$ (рис.4а) и в области эллипса для сечения $x=16\text{м}$. При удалении от эллипса сказывается влияние открытых границ (рис.4б).

Эксперимент Сакаи.

В качестве теста по взаимодействию волн и течений, движущихся в противоположных направлениях на переменной глубине, было проведено сравнение с данными лабораторных измерений Сакаи для склона с заложением $s = 1/30$, приведенными в работе [12]. Ширина и длина волнового лотка составляли 0.36м и 2.4м соответственно, расход течения равен $0.0297\text{м}^3/\text{с}$. Начальная глубина h_{max} и глубина на мелкой воде равны соответственно 0.5м и 0.1м . Период волны $T=1.6\text{с}$.

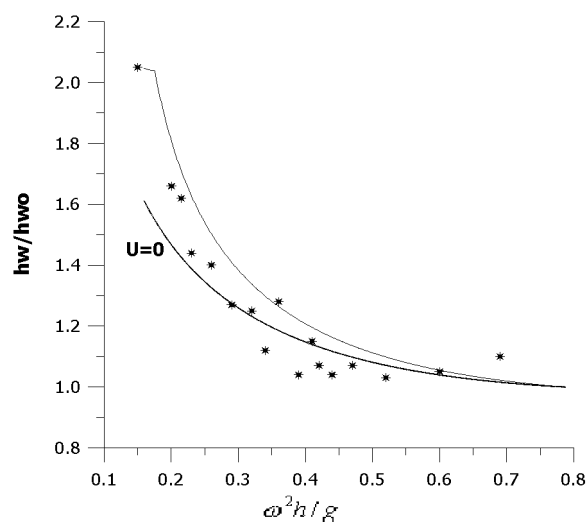


Рис. 5. Сравнение численных результатов моделирования и лабораторных данных [12].

При выполнении численного эксперимента распределение скорости течения определялось из осредненного по глубине закона неразрывности жидкости. На Рис.5 показано изменение относитель-

ных высот h_w/h_{w0} , осредненных за период T , в зависимости от глубин $\omega^2 h/g$ на склоне. Здесь h_{w0} – значение волновой высоты на глубине h_{max} , $\omega = 2\pi/T$, g – ускорение свободного падения. Звездочками обозначены лабораторные данные Сакаи, приведенные в [12]. Обе кривые соответствуют расчетным данным, полученным с помощью модели HWAVE для системы волновых уравнений (12)–(14). Как видно из результатов численного моделирования, значительное увеличение волновых высот ($\approx$ в 2 раза) происходит с уменьшением глубины, где скорость течения максимальна. В области относительных глубин $\omega^2 h/g \geq 0.35$, где скорость течения быстро убывает с ростом глубины, обе кривые практически совпадают. Некоторое расхождение с экспериментальными данными [12] в средней части расчетной области связано с линейностью процесса взаимодействия волн и течений, описываемого моделью.

4. СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ДАННЫХ ЧИСЛЕННОГО И ЛАБОРАТОРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ УСТЬЕВОГО УЧАСТКА РУК.ВЫСТРЫЙ Р.ДУНАЙ

Глубоководный судовый ход (ГСХ) канала Дунай-Черное море, имеющий протяженность 3.3км , ширину по дну 85м и глубину 7.2м , пересекает морской песчаный бар рукава Быстрый, средний расход которого составляет $1200\text{ м}^3/\text{с}$. Прибрежная область рукава была воспроизведена в экспериментальном бассейне Института Гидромеханики НАНУ ($44\text{м} \times 271\text{м} \times 2\text{м}$) на трехмерной физической модели с размываемым дном. Общий вид моделируемой области рукава Быстрый с трассой судового глубоководного канала представлен на рис.6.

Согласно общей теории подобию для моделей с размываемым дном должны выполняться критерии гравитационного и вязкостного подобию [4]. Физическое моделирование волнения в [4] выполнено с учетом закона гравитационного подобию Фруда

$$l_h = l_\lambda = l_H = l, \quad (34)$$

где l_H – масштаб высоты волны, l_λ – масштаб длины волны, l_h – масштаб глубины воды, который одновременно служит вертикальным линейным масштабом l модели. При этом крутизна волны H/λ и относительная глубина h/λ остаются такими же, как и в натурных условиях. Выражения для масштабов волнового периода и волновых скоростей записаны в виде:

$$l_\tau = \sqrt{l}, \quad l_u = \sqrt{l}. \quad (35)$$

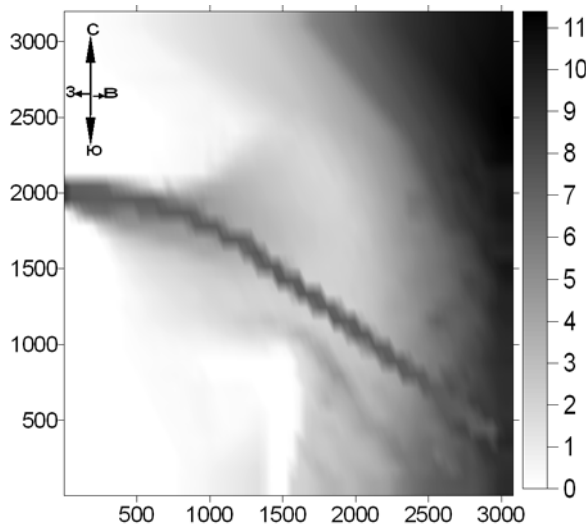


Рис. 6: Батиметрия (м).

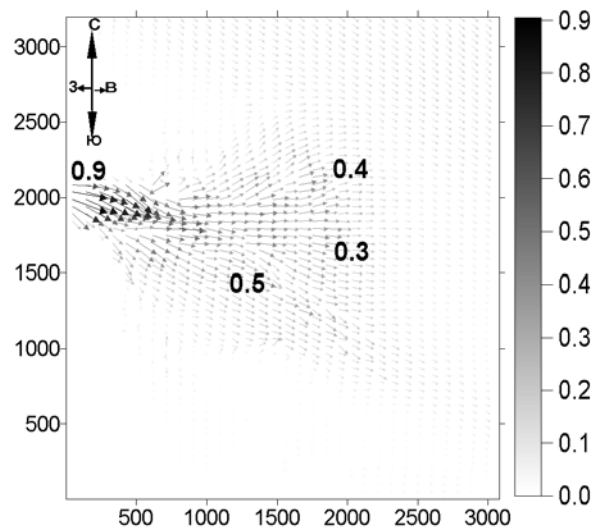


Рис. 7: Поле течений (м/с).

Табл. 1. Результаты физических экспериментов.

N опыта	Напр. ветра	$Hw(м)$	$\tau(сек)$	Гидротехн. сооруж.
1	СВ	2.91	5.19	-
2	ВЮВ	3.02	5.38	-
2а	ЮВ	3.02	5.38	-
3	СВ	2.91	5.19	короткая дамба
4	СВ	2.91	5.19	длинная дамба
5	ВЮВ	3.03	5.38	длинная дамба

При этом

$$l_x = \frac{l^{1.5}}{l_w}, \quad l_y = \frac{l^{1.5}}{l_w}, \quad (36)$$

где l_x, l_y - горизонтальный продольный и поперечный масштабы, l_w - масштаб гидравлической крупности. Тогда, в случае применения на модели натурных наносов и жидкости ($l_w = 1$) следует искажение планового масштаба модели. Аналогичные плановые искажения приняты также при моделировании участка входного сечения русла рукава Быстрый. Масштаб расхода воды в русле будет определяться из соотношения

$$l_Q = l_x l^{3/2}. \quad (37)$$

Для лабораторного эксперимента были выбраны следующие значения масштабных коэффициентов [4]:

$$l = 1/40 = 0.025, \quad l_x = l_y = l^{3/2} = 1/250 = 0.004, \quad l_t = l. \quad (38)$$

Следует отметить, что из-за разных вертикального и горизонтального коэффициентов масштаба

($l_x, l_y = l = 0.004$ и $l_z = 0.025$ соответственно) градиент глубин на бортах канала (≈ 0.1) увеличивается в (l_z/l) раз, что приводит к значительному искажению естественного масштаба и погрешностям в этой области при применении аппроксимации уравнения “пологих склонов”, особенно при подходе фронта волны к каналу под углом, близким к 90° [8]. Этот же эффект имеет место и при изменении течений на расстояниях порядка длины волны (условие (2)). Поэтому численное моделирование волновых полей и полей течений проводилось для натурной области $3080м \times 3200м$, а результаты расчета сравнивались с экспериментальными данными, пересчитанными с помощью масштабных коэффициентов (34).

Согласно статистическим данным [4], в морской области рукава Быстрый волноопасными являются ветры от С, СВ, В, ЮВ и Ю румбов, создающих сильное волнение и вдольбереговой перенос наносов к северу и югу от рукава Быстрый. Поэтому в экспериментах воспроизводилось волнение по этим румбам, а именно от ЮВ и СВ. Всего на физической модели рукава Быстрый проведено 5 опытов по взаимодействию течений с ветровы-

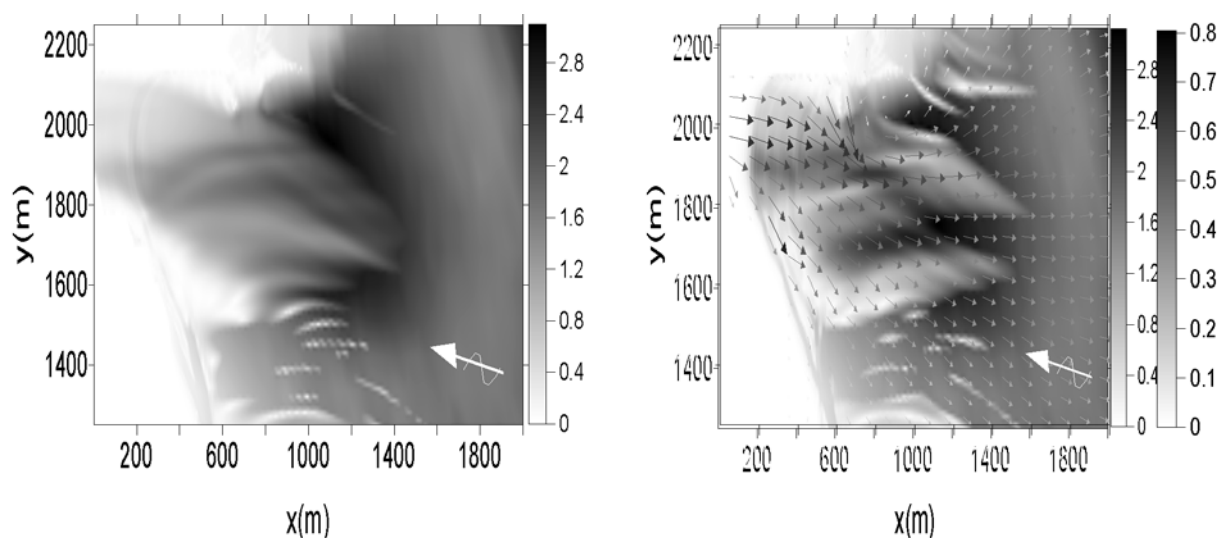
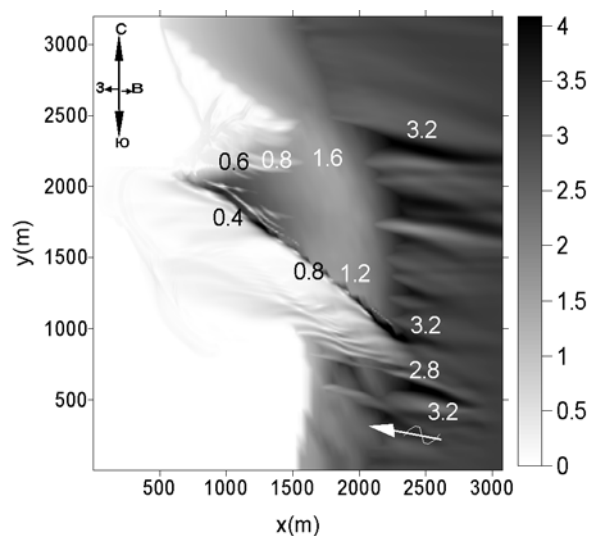
Рис. 8. Высоты волн (м) при а) $Q = 0$ и б) $Q = 1560 \text{ м}^3/\text{с}$.

Рис. 9: Высоты волн (м).

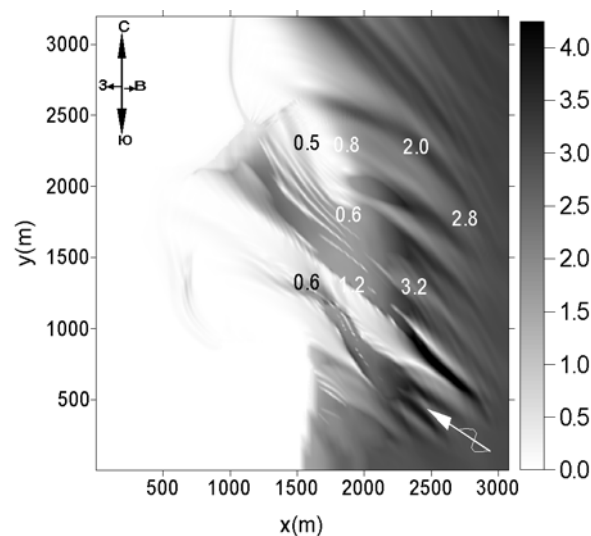


Рис. 10: Высоты волн (м).

ми волнами и гидротехническими сооружениями в виде короткой или длинной дамбы (Табл.1) [4], расположенных на левом борту канала и защищающих судовой канал со стороны северо-востока. Моделируемый расход воды из русла рукава составляет $1560 \text{ м}^3/\text{с}$. Шероховатость дна на модели и в натуре предполагалась одинаковой. Соответствующее поле течений без влияния волнового поля (рис.7) было рассчитано на основе численной реализации уравнений мелкой воды [3]. Результаты вычисления согласуются с лабораторными данными [4], пересчитанным с использованием масштабных коэффициентов (34). Волновое поле моделируется с помощью программной реализации

HWAVE численной аппроксимации системы волновых уравнений (12)–(14), представленной в разделе 2.

Сравнение полей волновых высот до строительства ГСХ показано на Рис.8 а), Рис.8 б). При отсутствии канала видно разветвление фронта волны в устье р.Быстрый (Рис.8а)) и рефракцию ее во внутренней области после обрушения на баре. На рис. 8 б) показан значительный подъем волновых высот в середине устья рукава с понижением их в боковых ответвлениях, что соответствует перераспределению энергии волны при наличии поля течения $\vec{U} \neq 0$.

Влияние канала на распределение поля волновых

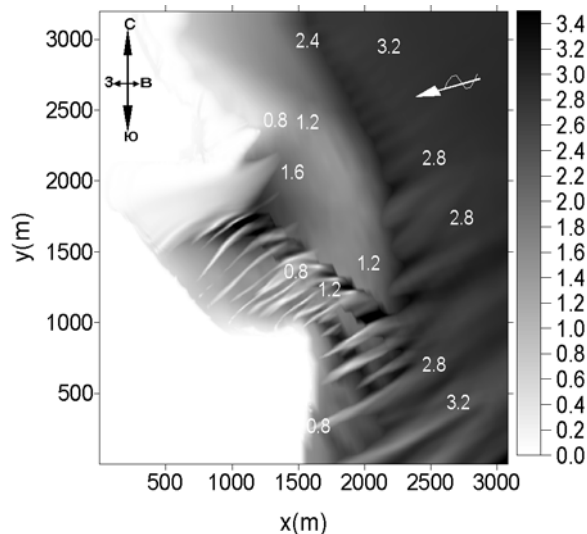


Рис. 11: Высоты волн (м).

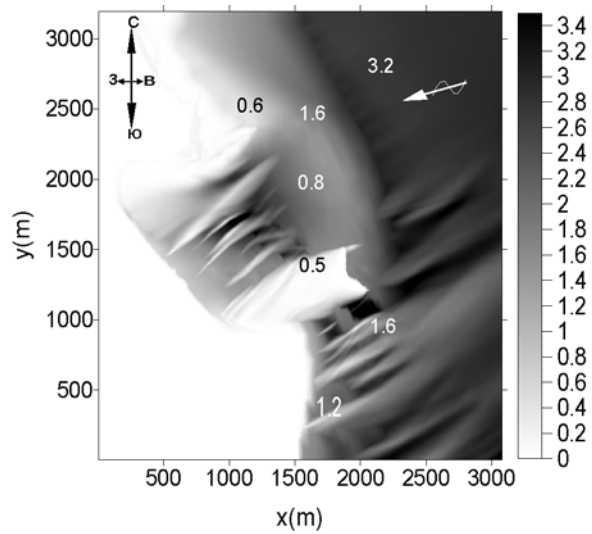


Рис. 12: Высоты волн (м).

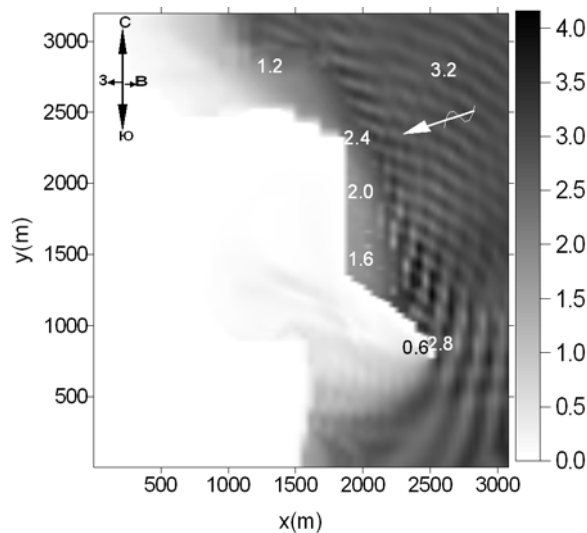


Рис. 13: Высоты волн (м).

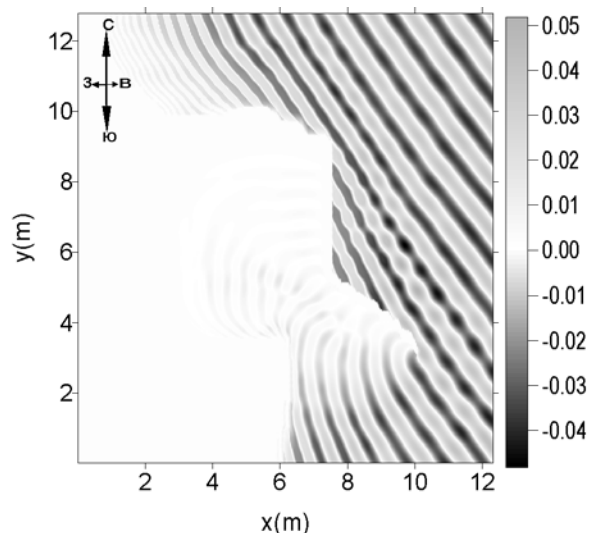


Рис. 14: Возвышение свободной поверхности (м).

высот при наложении ветрового волнения от ВЮВ (опыт 2) и ЮВ (опыт 2а) видно из результатов, представленных на рис. 9, 10. Здесь результаты численного моделирования высот волн согласуются с измеренными данными на физической модели. Аналогичное сравнение численных значений высот волн в случае СВ-направления с пересчитанными с помощью масштабных коэффициентов данными измерений в лотке приведено на рис.11 (опыт 1), рис.12 (опыт 3). При наличии на морском баре короткой дамбы (опыт 3) влияние волнового поля в области канала гасится только в ее теневой части.

При наличии длинной дамбы и наложении штормов от ВЮВ (опыт 4) и СВ (опыт 5) осредненные

за период T высоты волн по фронту дамбы изменяются от 2.8-3.0 м в голове сооружения до 2.0 м вдоль баровой части и 0.8 м в корневой части его, что также соответствует экспериментальным данным, приведенным в [4] (рис.13 - опыт 4, рис.15 - опыт 5). Область затухания волн как для СВ, так и для ВЮВ направлений видна во всей области канала, огражденного длинной дамбой. Мгновенные значения возвышения волновой поверхности, характеризующие волновую рефракцию (Рис.14, 16, $t = 20T$) для наглядности удобно представить в прямоугольнике $12.3\text{ м} \times 12.8\text{ м}$, в который преобразуется с помощью масштабных коэффициентов интересующая нас область $3080\text{ м} \times 3200\text{ м}$.

При этом в случае ВЮВ направления (рис.16) рас-

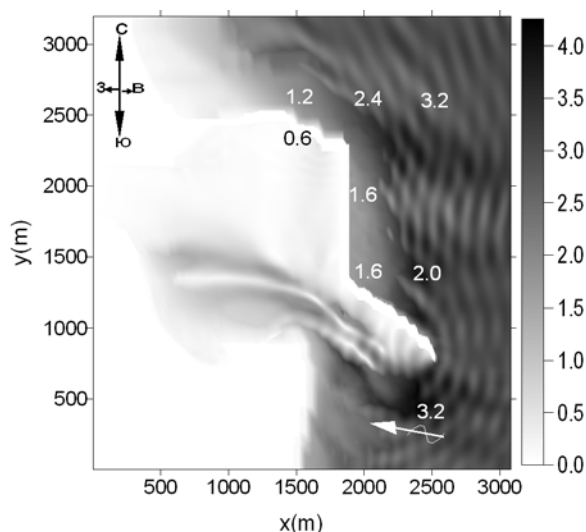


Рис. 15: Высоты волн (м).

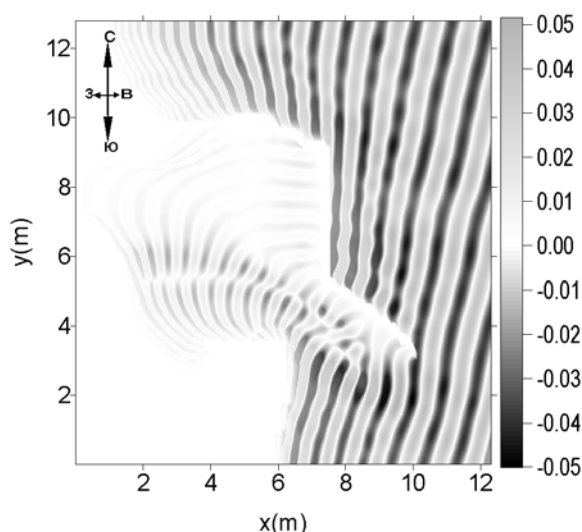


Рис. 16: Возвышение свободной поверхности (м).

сеяние в теневой части дамбы меньше, чем при СВ (рис.14) за счет большей области взаимодействия с русловым течением.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлена гиперболическая аппроксимация уравнения "пологих склонов" с учетом диссипации волновой энергии. Получена система уравнений с уточнением оценки изменения поля течений и его градиентов, которая имеет более компактный вид, чем представленная ранее система [1],[2].

Система уравнений решается с помощью явной схемы 4-го порядка точности по пространству и 2-го порядка по времени на прямоугольной неравномерной сетке с расщеплением по направлениям. HWAVER-модуль - одна из волновых подмоделей кода COASTOX, описывающая дифракцию, рефракцию, трансформацию волн на донных неоднородностях и диссипацию волновой энергии, а также линейное взаимодействие с течениями на основе гиперболической аппроксимации уравнения "пологих склонов", которая более широко применима, чем параболическая аппроксимация и более численно эффективна, чем эллиптическая. Показано, что при наличии длинной дамбы в случае СВ направления теневая область волнового поля значительно больше по сравнению с ЮВ направлением.

Проведено физическое моделирование волновых полей вблизи ГСХ рук. Быстрый. Сравнение численных результатов с данными лабораторных измерений показывает, что разработанная математическая волновая модель хорошо описывает основ-

ные процессы трансформации волновых полей на неоднородностях дна и течениях в условиях лабораторных экспериментов. Модель может быть использована для описания динамики устьевой области рукава Быстрый в более широком диапазоне сценариев природных условий, чем это позволяет физическое моделирование. Рассчитанные характеристики волновых полей использовались в дальнейшем для расчетов генерируемых волнами береговых течений и транспорта наносов.

Настоящая работа выполнена при частичной поддержке US CRDF (проект UKG2-582-KV-05).

ЛИТЕРАТУРА

1. Демченко Р.И. Моделирование рефракционно-дифракционной трансформации волн на течениях прибрежной зоны с помощью гиперболической аппроксимации уравнения "пологих склонов" // Математические машины и системы. – 1999. – N3. – ' 3–14.
2. Демченко Р.И., Железняк М.И. Моделирование взаимодействия волн и течений в прибрежной зоне на основе гиперболической аппроксимации уравнения "пологих склонов" // Прикл. Гидромеханика. – 2002. – 4(76), N1. – ' 34–47.
3. Кивва С.Л., Железняк М.И. Двумерное моделирование стока и транспорта наносов с малых водосборов // Прикладная Гидромеханика. – 2002. – 4(76). – 1. – ' .
4. Рекомендации по минимизации заносимости экспериментально-эксплуатационной прорези глубоководного судового хода на баре Новостамбульского гирла Килийской дельты р. Дунай. – Отчет ИГМ НАНУ: 2004, – 6.
5. Berkhoff J.C. Computation of Combined Refraction-Diffraction // Proceedings 13th Coastal Eng. Conf. – Vancouver, ASCE. – New York, 1972. 1. – Chap 24. – P. 471–490.

6. *Berkhoff J. C.* Mathematical Models for Simple Harmonic Linear Water Waves, Wave Diffraction and Refraction // Delft Hydraulic laboratory.- 1976.- Publ. N 163.- P. .
7. *Berkhoff J.C., Booy N., and Radder A.C.* Verification of numerical wave propagation models for simple harmonic linear water waves // J.Coastal Eng.- 1982.- **6**.- P. 253-279.
8. *Copeland G.J.* A Practical Alternative to the Mild-Slope Wave Equation // J.Coastal Eng.- 1985.- **9**.- P. 125-149.
9. *Ito Y., Tanimoto K.A.* Method of numerical analysis of wave propagation-application to wave diffraction and refraction // Proceedings 13th Conf.Coastal Eng.- 1972, Chapter 26.- P. .
10. *Jing L., Ridd P, Mayocchi C., Heron M.* Wave-induced benthic velocity variatios in shallow waters // Estuarine, Coastal and Shell science.- 1996.- **42**.- P. 787-802.
11. *Liu P., Yoon S., Dalrymple R.* Wave reflection from energy dissipation region // J. Waterway, Port Coastal and Ocean Engineering.- 1986.- **112**.- N 6.- P. 632-644.
12. *Yu X., Isobe M., Watanabe A.* A nonlinear model of monochromatic waves on stedy currents over gradually varying bottoms // Coastal Engineering Journal.- 1998.- **40**.- N3.- P. 265 -290.
13. *Yuguo Li.* Wavenumber-Extended High-Order Upwind-Biased Finite-Difference Schemes for Convective Scalar Transport // J.Computational Physics.- 1997.- **133**.- P. 235-255.